

Formación de profesores para enseñar probabilidad: algunas conclusiones de la investigación

Teacher training for probability teaching: some research findings

Carmen Batanero*
Pedro Arteaga**

Fecha de recepción: 15 de mayo de 2025
Fecha de aceptación: 25 de mayo de 2025

RESUMEN

La adecuada formación del profesorado para enseñar probabilidad es un requisito básico para una enseñanza eficaz del tema y debe estar basada en los resultados de la investigación didáctica. En consecuencia, el objetivo de este trabajo es sintetizar los resultados más relevantes de la investigación reciente centrada en el conocimiento del profesor para enseñar probabilidad. Para ello se realizó una búsqueda sistemática del tema en bases de datos, revistas, publicaciones de impacto, libros y congresos especializados, tanto de educación matemática, como de educación estadística. Los trabajos finalmente seleccionados se organizan y resumen de acuerdo con las categorías consideradas en el modelo de Conocimiento y Competencias Didáctico Matemáticas, propuestas en el Enfoque Ontosemiótico. Las conclusiones indican que la mayor parte de la investigación se ha realizado con futuros profesores, especialmente de educación primaria y muestra algunas carencias en su formación, que se describen en el trabajo. Ello permite realizar recomendaciones para reforzar la formación de profesores con relación a la enseñanza de la probabilidad y para continuar esta línea de investigación.

ABSTRACT

The adequate training of teachers to teach probability is a basic requirement for an effective teaching of the subject and should be based on the results of didactic research. Consequently, the aim of this paper is to synthesize the most relevant results of recent research focused on the teacher's knowledge to teach probability. For this purpose, a systematic search of the topic was carried out in databases, journals, impact publications, books and specialized congresses, both in mathematics education and statistics education. The papers finally selected are organized and summarized according to the categories considered in the model of Mathematical Didactic Knowledge and Competences, proposed in the Ontosemiotic Approach. The conclusions indicate that most of the research has been carried out with future teachers, especially of primary education, and shows some deficiencies in their training, which are described in the work. This allows making recommendations to strengthen teacher training in relation to the teaching of probability and to continue this line of research.

Palabras clave:

Educación estadística, formación de profesores, probabilidad, investigación científica, síntesis.

Keywords:

Statistics education, teacher education, probability, scientific research, survey.

* Catedrática jubilada de la Universidad de Granada, España y colaboradora extraordinaria en dicha universidad.

** Profesor titular de la Universidad de Granada, España

Introducción

La enseñanza de la probabilidad se justifica hoy día por la abundancia de situaciones aleatorias a las que el ciudadano se enfrenta cada día y la importancia de educar desde la infancia las intuiciones probabilísticas (Fischbein, 1975). Paralelamente, crece la investigación sobre la didáctica de la probabilidad, como se puede apreciar en algunos trabajos de síntesis sobre el tema, como los de Batanero y Álvarez-Arroyo (2024), (Batanero *et al.*, 2016 o Pratt y Kazak (2018) y libros como los de Chernoff y Sriraman (2014) y Jones (2005).

Una cuestión esencial para garantizar el éxito de la enseñanza de la probabilidad es la adecuada formación de los profesores que imparten este tema, ya que lo que aprenden los estudiantes está relacionado con los conocimientos, competencias, creencias y prácticas docentes del profesor (Eichler, 2011; Jacob *et al.*, 2020). Por este motivo, en las últimas décadas se ha incrementado enormemente la investigación centrada en la formación de profesores de matemáticas, recogida en trabajos como los de Chapman (2021), Hoffmann y Even (2024) o Yang y Kaiser (2022).

Sin embargo, pocos de estos estudios se han centrado en los conocimientos necesarios para enseñar probabilidad, aunque en los últimos años, asistimos a un interés creciente en este ámbito, explicado porque los nuevos currículos incluyen la probabilidad como parte de los contenidos matemáticos en diferentes niveles educativos. Por ejemplo, en España (MEFP, 2022a; 2022b), el sentido estocástico, que incluye la estadística y la probabilidad se aborda en todos los niveles educativos, desde el inicio de la Educación Primaria hasta el final del Bachillerato (6 a 18 años). El objetivo es responder a la necesidad del ciudadano de hacer frente al papel destacado de la incertidumbre y el riesgo en el mundo moderno (Borovcnik y Kapadia, 2018).

En este trabajo sintetizamos los trabajos centrados en el conocimiento y formación de profesores para enseñar probabilidad, con la finalidad de resumir las principales conclusiones obtenidas y sugerir puntos en que la investigación existente es aún escasa. Es importante considerar que la enseñanza de la probabilidad es difícil para los profesores de matemáticas por algunas razones descritas por Batanero *et al.* (2004) que siguen vigentes. La principal es que en países como España no existe una preparación específica de los profesores, sino en el mejor de los casos una



formación general en educación matemática. Dicha preparación debería incluir un aprendizaje profundo de las características matemáticas de la probabilidad en sus diferentes acepciones (Borovcnik, 2021) y los conocimientos didácticos relacionados. También es importante considerar el carácter específico de la probabilidad, contrario a la tradición determinista de otras áreas de las matemáticas.

Marco teórico

Para organizar la investigación sobre el conocimiento y formación de profesores, se han sugerido diferentes modelos teóricos, entre ellos los de Shulman (1986) sobre el Conocimiento Matemático del Contenido o el del Conocimiento Matemático para la Enseñanza (Ball *et al.*, 2008; Hill *et al.*, 2007). Estos marcos coinciden en que el profesor necesita conocimientos matemáticos comunes relacionados con el nivel educativo donde enseña y conocimientos avanzados del contenido matemático que le permitan articularlo con la enseñanza del tema en niveles educativos superiores. Además, el profesor necesita conocimientos didácticos descritos de forma diversa en cada marco teórico.

Este trabajo de síntesis se organiza mediante el Modelo de Conocimientos y Competencias Didáctico-Matemáticas (CCDM) (Godino, 2024; Godino *et al.*, 2017; Pino-Fan y Godino, 2015; Scheiner *et al.*, 2019). En este modelo, se consideran las siguientes facetas del conocimiento didáctico del profesor de matemáticas:

-*Faceta epistémica*: Conocimiento matemático especializado, o manera específica en que el profesor de matemática comprende y conoce las matemáticas, en nuestro caso de la probabilidad, incluyendo su comprensión de los objetos matemáticos (problemas, lenguaje, conceptos, propiedades, argumentos y procedimientos) asociados al tema.

-*Faceta cognitiva*: Familiaridad con el razonamiento, aprendizaje del tópico y dificultades de los estudiantes, sus estrategias en la resolución de problemas, sus dificultades y errores.

-*Afectiva*: Conocimiento del grado de implicación (interés, motivación, actitudes y creencias) del alumnado respecto al objeto de estudio y control de las propias actitudes y emociones hacia el tema.



-Mediacional: Dominio de recursos tecnológicos, manipulativos y de todo tipo, apropiados para la enseñanza-aprendizaje del tema en el nivel de formación o el curso en el que imparte la enseñanza.

-Interaccional: Conocimiento de modos de comunicación entre los estudiantes y estudiante-profesor que le permita reconocer las dificultades de sus estudiantes y ayudarles a superarlas.

-Ecológica: Comprensión del grado en que el proceso de enseñanza y aprendizaje se ajusta al proyecto educativo del centro escolar, la comunidad, el currículo y el entorno en que se desarrolla.

Además, se espera que el profesor de matemáticas esté capacitado para abordar los problemas didácticos que surgen en la enseñanza. En particular se espera que el profesor desarrolle las siguientes competencias, que están relacionadas con su conocimiento matemático y las facetas descritas de su conocimiento didáctico (Godino, 2024):

- a. Reconocer los diversos significados del contenido en cuestión y su interconexión, en el caso de la probabilidad, los significados clásico, frecuencial, subjetivo y axiomático y sus relaciones.
- b. Identificar la diversidad de objetos y procesos implicados en las tareas que propone a los estudiantes. Además de la probabilidad en sí misma, será necesario identificar otras nociones como aleatoriedad, espacio muestral, suceso, operaciones con sucesos, experimentos y probabilidad compuesta, probabilidad condicionada y las distribuciones de probabilidad que intervengan en la tarea. A ello habría que añadirle las propiedades de dichos conceptos, el lenguaje de la probabilidad, procedimientos asociados y argumentaciones utilizadas. Tanto esta competencia como la anterior están ligadas a la faceta epistémica del conocimiento didáctico del profesorado.
- c. Planificar y gestionar la enseñanza de un tema, es decir responder al problema de cómo enseñar un contenido específico a los estudiantes particulares, organizando el contenido, proponiendo problemas y recursos didácticos adecuados y modos de interacción para facilitar el aprendizaje. Esta competencia aúna el conocimiento didáctico en sus facetas interaccional y mediacional.



- d. Identificar las reglas que rigen el tema y las normas que implica su enseñanza; por ejemplo, las representaciones utilizadas para introducir la probabilidad, el tiempo disponible para la enseñanza del tema, y otras normas que condicionan el proceso educativo. Requiere conocimiento mediacional y ecológico.
- e. Evaluar la idoneidad didáctica de los procesos de instrucción. La idoneidad didáctica es un instrumento de evaluación de los procesos de estudio de la matemática (Godino, 2013; Godino *et al.*, 2023). Se define como el grado en que dicho proceso es adecuado para lograr el aprendizaje de los estudiantes, teniendo en cuenta las circunstancias y recursos disponibles. Requiere aplicar una combinación de los diferentes tipos de conocimiento didáctico descritos.

Enfoque metodológico

Para identificar la investigación relevante para esta revisión, se llevó a cabo una búsqueda sistemática en revistas listadas en las bases de datos *Scopus* y *Journal Citation Reports*, así como *Google Scholar* y *Research Gate*. También se consultaron tesis doctorales centradas en el tema, libros (por ejemplo, Batanero y Chernoff, 2018; Leavy *et al.*, 2018) y números temáticos (por ejemplo, en *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 2022; *Mathematics*, 2022, y *ZDM - Mathematics Education*, 2018).

De estas fuentes se seleccionó un conjunto de publicaciones que, sin tratar de ser exhaustivos, representasen la variedad de temáticas abordadas en la investigación sobre conocimientos de los profesores para enseñar probabilidad. Para cada uno de estos trabajos se preparó un resumen con información sobre el tema y el enfoque del estudio, la muestra, el material analizado y principales conclusiones. Utilizamos esta información para clasificar y comparar los trabajos y, tras sucesivas lecturas de todos los documentos, refinamos progresivamente las secciones iniciales del presente trabajo de síntesis.

A continuación, se presentan los resultados del estudio, organizados de acuerdo con las diferentes categorías de conocimientos del profesor contempladas en el modelo CCDM. Se finaliza con algunas sugerencias para seguir investigando en el área.



Resultados

Conocimiento matemático del profesor

Un primer tipo de estudios abordan el conocimiento matemático común o ampliado para enseñar probabilidad tratando diferentes temáticas, como la comprensión de la aleatoriedad, (Arteaga, 2011; Azcárate, 1995; Gravir, 2019; Ingram, 2022), probabilidad elemental (Azcárate, 1995; Gómez-Torres, 2014; Mohamed, 2012; Vásquez y Alsina, 2015b) y probabilidad condicionada e independencia (Díaz *et al.*, 2012; Sánchez, 1996; Vásquez y Alsina, 2015b). Esta investigación apunta a dificultades matemáticas en parte de los futuros profesores, particularmente en los de educación primaria.

Aleatoriedad

Su comprensión fue analizada por Azcárate (1995) en 57 futuros profesores de educación primaria españoles, con preguntas sobre si ciertos fenómenos eran o no aleatorios. La autora observó que muy pocos participantes comprendían todas las características de los fenómenos aleatorios, pues relacionaron la aleatoriedad con la causalidad y aspectos contextuales, no comprendiendo la utilidad de la probabilidad para estudiarlos. La autora caracterizó cinco tipos de creencias sobre la aleatoriedad. En el primer grupo prevalece la indecisión en respuesta; en el segundo, predomina un razonamiento determinista; en el tercero, la argumentación causal; en el cuarto se observó un reconocimiento de la imprevisibilidad, aunque con razonamientos ligados a la causalidad; en el quinto, predominó la aceptación de la imprevisibilidad de las situaciones aleatorias.

Gravir (2019) pidió a 124 futuros profesores noruegos de secundaria que generasen una secuencia binaria de 40 símbolos con apariencia de ser lo más aleatoria posible, una tarea que corresponde a un conocimiento avanzado del contenido. Los participantes subestimaron el número de rachas con cuatro o más símbolos idénticos y produjeron demasiadas rachas cortas. Esta misma conclusión ya había sido obtenida por Arteaga (2011) con 207 futuros profesores españoles de educación primaria, aunque su estudio se orientó al análisis de los gráficos producidos por los futuros profesores, más que a su comprensión de la aleatoriedad. Por su parte, Ingram (2022) propuso un cuestionario a 82 futuros profesores ingleses de matemáticas y 45 de ciencias de educación secundaria. Al preguntarles sobre el significado de la



palabra aleatorio, la mayor parte dio respuestas razonables, como que no es previsible o que no tiene patrón, pero una pequeña proporción mostró en el sesgo de equiprobabilidad (Lecoutre, 1992) asignando equiprobabilidad a los sucesos aleatorios.

Cuestionarios comprensivos sobre comprensión de la probabilidad

Son varias las investigaciones que han analizado el conocimiento de la probabilidad elemental de los futuros profesores utilizando cuestionarios que engloban diferentes conceptos. Así, Azcárate (1995) incluyó en su cuestionario problemas de probabilidad, encontrando dificultades en el uso y comprensión de información frecuencial, cuantificación de probabilidades e idea de juego equitativo. Por otro lado, Vásquez y Alsina (2015a) construyeron un cuestionario para evaluar el conocimiento matemático y didáctico para enseñar probabilidad en la educación primaria y al aplicarlo a 93 profesores chilenos en servicio (Vásquez y Alsina, 2015b) detectaron muchas dificultades en las tareas propuestas.

Los resultados fueron mejores en el estudio de Mohamed (2012), que pasó un cuestionario previamente utilizado con niños españoles de 10 a 14 años a 283 futuros profesores españoles de educación primaria. El autor obtuvo entre 77% y 90% de respuestas correctas en la asignación de probabilidades simples, probabilidad condicionada, probabilidad frecuencial y juego equitativo, siendo más difíciles la variable aleatoria (12% de respuesta correcta) y muestreo (5%).

También fueron razonables los resultados de Gómez-Torres (2014), quien aplicó un cuestionario con diferentes preguntas de probabilidad a 157 futuros profesores españoles de educación primaria, hallando un alto porcentaje de respuestas correctas (más del 60%) en las relacionadas con enumeración del espacio muestral, comparación de probabilidades, probabilidad conjunta y noción de juego equitativo. Las preguntas más difíciles (con menos del 40% de aciertos) estuvieron relacionadas con la probabilidad condicionada y asignación de probabilidades utilizando el enfoque frecuencial.



Probabilidad compuesta, condicionada e independencia

Díaz *et al.* (2012) analizaron las respuestas a un cuestionario sobre probabilidad condicionada de 196 futuros profesores de matemáticas de secundaria españoles. Un alto porcentaje de los participantes en su estudio presentó sesgos de razonamiento, como la falacia del eje del tiempo, consistente en suponer que el suceso condicionante ha de ocurrir antes que el suceso cuya probabilidad se condiciona (68,3% en un ítem y 32,7% en otro), confusión entre sucesos independientes y mutuamente excluyentes (32,1%) y confusión entre probabilidad conjunta y condicionada (31,6%). De menor relevancia fueron la falacia de la conjunción, que consiste en suponer que la probabilidad compuesta es mayor que la de cada uno de los sucesos que se componen (11,7%) o la condicional traspuesta, que implica suponer que la probabilidad condicionada tiene la propiedad transitiva (13,8%). Por otro lado, los autores observaron un conocimiento formal alto, para resolución de problemas sobre probabilidad condicionada, probabilidad total, independencia y probabilidad compuesta (con y sin independencia), resolviendo correctamente la mayoría de los problemas propuestos.

Sánchez (1996) estudió la comprensión de la independencia de sucesos en 88 futuros profesores de secundaria de matemáticas en México, preguntándoles si sucesos como “obtener una as” y “obtener oros” al extraer al azar una carta de una baraja eran independientes y por qué. El autor indica que en más de la mitad de sus participantes se observaron dos tipos de razonamientos incorrectos: el primero consiste en identificar independencia y la exclusión entre sucesos, es decir suponer que no se debe considerar el as de oros para que los sucesos sean independientes. El segundo supone creer que la independencia se relaciona con experimentación sucesiva; por tanto, para que fuesen independientes el as debería darse en la primera extracción de cartas y el oro en la segunda. La conclusión es que estas confusiones son causadas porque el empleo de la palabra independiente en matemáticas difiere de su uso coloquial.

En su estudio con profesores chilenos en ejercicio de educación primaria Vásquez y Alsina (2015b), indican dificultades al aplicar la idea de independencia, mostrando los sesgos de recencia positiva (pensar que un resultado que ha salido muchas veces tenderá a repetirse) y negativa (pensar que un resultado que ha salido muchas veces tiene menor probabilidad la siguiente repetición del experimento).



Conocimientos didácticos

Varios estudios utilizaron tareas creativas para mezclar la evaluación del conocimiento matemático de los profesores con su conocimiento didáctico. Analizamos a continuación algunas de ellas, clasificadas de acuerdo con la faceta del conocimiento didáctico que se evalúa y las competencias ligadas a dichos conocimientos.

Faceta epistémica

El conocimiento en la faceta epistémica se ha evaluado a partir de las competencias relacionadas con cómo reconocer los diferentes objetos matemáticos requeridos para resolverlos (Gómez-Torres, 2014, Vásquez y Alsina, 2015b), construir o modificar tareas adecuadas para un nivel de enseñanza (Alonso-Castaño *et al.*, 2021) y relacionar los diferentes significados de la probabilidad (Batanero *et al.*, 2021; Kurt y Coşkuntuncel, 2020).

Gómez-Torres (2014) realizó una evaluación complementaria de varios componentes del conocimiento didáctico a 81 futuros profesores que tomaron parte en su primera muestra y que trabajaron en parejas para identificar los objetos probabilísticos latentes en la solución de cuatro tareas de probabilidad. Concluye que los futuros profesores presentan algún conocimiento de esta faceta, aunque deben reforzarlo. El objeto matemático reconocido con mayor frecuencia fue la probabilidad, (75% de los equipos), aunque pocos grupos especifican que en los problemas planteados se trataba de una asignación clásica, y solo dos hicieron referencia a la regla de Laplace. El segundo objeto matemático mejor detectado fue la enumeración de posibilidades (25% de los equipos). También se identificaron objetos que no aparecen en la actividad. Por el contrario, en el trabajo de Vásquez y Alsina (2015b) los resultados fueron deficientes en relación con la identificación de los objetos matemáticos requeridos para resolver las tareas propuestas.

Respecto al planteamiento de problemas, Alonso-Castaño *et al.* (2021) pidieron a 168 futuros profesores españoles de educación primaria que crearan y resolviesen un problema de probabilidad adaptado a estudiantes de 11 a 12 años. Cuando los participantes se implicaron en la tarea, movilizaron conocimientos matemáticos trabajando en diferentes procesos matemáticos como el planteamiento y resolución de problemas, la comunicación y la argumentación. Sin embargo, cerca de la mitad de los participantes revelaron escasez de conocimientos probabilísticos adecuados y del currículo de educación primaria. En consecuencia, planteaban



tareas que, o no correspondían a contenidos de probabilidad, o eran demasiado complicadas para la edad de los estudiantes.

En general, se ha encontrado dificultad por parte de los profesores en formación para relacionar los diferentes significados de la probabilidad. Así, Batanero *et al.* (2021) investigaron la forma en que 139 futuros profesores de secundaria españoles relacionaban los enfoques clásico y frecuencial de la probabilidad. Para ello analizaron sus respuestas a tareas abiertas en las que tenían que estimar la composición de una urna con bolas de dos colores, utilizando los resultados de 1000 extracciones. La mayoría de los participantes propuso un modelo de urna coherente con los datos proporcionados; sin embargo, una gran proporción olvidó el modelo previamente construido, para estimar la probabilidad de un color dado en nuevas extracciones. Los autores informaron de la existencia del sesgo de equiprobabilidad (Lecoutre, 1992), consistente en considerar equiprobables los resultados de cualquier experimento aleatorio en una pequeña parte de su muestra.

En otro trabajo realizado mediante cuestionario con 98 futuros profesores turcos de educación primaria, Kurt y Coşkuntuncel (2020) llegaron a la conclusión de que la mayoría de ellos tenían suficientes conocimientos sobre el significado clásico de la probabilidad. Sin embargo, encontraron deficiencias en su comprensión de los enfoques frecuencial y subjetivo de la probabilidad. A una conclusión similar llevan Rodríguez-Álveal *et al.* (2022) que propusieron problemas sobre juegos de azar a 26 futuros profesores y 29 profesores en ejercicio de educación secundaria en Chile, pidiéndoles que determinaran si eran o no equitativos. El análisis de sus producciones dejó ver que solo habían desarrollado comprensión del significado clásico de la probabilidad, no utilizando ningún otro enfoque y equiparando la idea de juego equitativo a la de equiprobabilidad. Tampoco supieron comparar sus soluciones con papel y lápiz con las proporcionadas mediante simulación o diagrama en árbol. Los autores concluyen que los participantes carecían de recursos para enseñar los diferentes enfoques de probabilidad a sus estudiantes.

Faceta cognitiva

La evaluación de este tipo de conocimiento se ha llevado a cabo proporcionando a los futuros profesores ejemplos de respuestas correctas e incorrectas de estudiantes a tareas de probabilidad y pidiéndoles que identifiquen y razonen la estrategia que lleva a las respuestas incorrectas (Burgos, *et al.*, 2022; 2023; Gómez-Torres, 2014; Fernandes y Gea, 2018, López-Martín *et al.*, 2025 y Vásquez y Alsina, 2015b).



Así, Gómez-Torres (2014) propone este tipo de preguntas mediante tareas relacionadas con el sesgo de equiprobabilidad, juego equitativo, significado frecuencial de la probabilidad y comparación de probabilidades. De un total de 18 respuestas de niños ficticios, todos los grupos calificaron en forma adecuada más de la mitad de estas respuestas, por lo que los futuros profesores mostraron un desempeño inicial para evaluarlas, aunque deberían mejorar hasta lograr evaluarlas todas correctamente y, por otro lado, su competencia para explicar las fuentes de error fue menor. Por el contrario, más de la mitad de los participantes en el trabajo de Vásquez y Alsina (2015b) fue incapaz de identificar los errores en las respuestas de estudiantes.

Fernandes y Gea (2018) realizaron un estudio con 62 futuros profesores de primaria en Portugal a los que propusieron calcular una probabilidad, y decidir si la respuesta de un estudiante a la tarea era correcta. Los autores llegaron a la conclusión de la escasa competencia para identificar errores de estudiantes en los futuros profesores en su muestra, aunque cuando un futuro profesor calculaba correctamente la probabilidad, normalmente podía clasificar adecuadamente las resoluciones de los estudiantes.

Burgos, *et al.* (2022) analizaron las respuestas de 116 futuros profesores de primaria españoles al interpretar algunas soluciones a un problema de comparación de probabilidades y sus propuestas para ayudar a los estudiantes a superar sus dificultades en esta tarea. En Burgos *et al.* (2023) analizan las respuestas de los estudiantes de la misma muestra al evaluar las respuestas correctas e incorrectas de niños ficticios a un problema sobre juego equitativo. En los dos estudios, los autores encontraron un escaso conocimiento de la probabilidad que impedía a los futuros profesores interpretar y tomar decisiones sobre las respuestas de los estudiantes. Muchos futuros profesores sugerían que una solución era correcta, incluso si el estudiante proporcionaba una justificación incorrecta. Además, sus estrategias didácticas no tenían en cuenta el error específico del estudiante. Unas conclusiones similares las obtuvieron López-Martín *et al.*, (2025) al pedir a otra muestra de 133 futuros profesores de educación primaria españoles analizar la identificación de respuestas de estudiantes a una tarea de probabilidad que implica razonamiento proporcional. Los autores concluyen la dificultad que tiene para los futuros profesores interpretar las respuestas de estudiantes y decidir cuáles de ellas están acordes al conocimiento matemático. Asimismo, les fue complicado identificar y ayudarles a resolver sus posibles errores en las soluciones de las tareas.



Faceta afectiva

Las actitudes y creencias de los profesores respecto de la probabilidad tienen una gran influencia en la forma en que la enseñan y si son inadecuadas podrían repercutir en las de sus estudiantes. Es por ello que este tema ha sido analizado por diferentes autores (Anasagasti *et al.*, 2024; Estrada y Batanero, 2019; Guíñez *et al.*, 2021; Malaspina y Malaspina, 2020).

Estrada y Batanero (2019) construyeron un cuestionario de evaluación de las actitudes hacia la estadística y su enseñanza, específicamente diseñado para profesores. Consideraron en su construcción los siguientes componentes: Afectivo, competencia cognitiva y comportamiento con relación a la probabilidad, competencia cognitiva y comportamiento en relación con la enseñanza de la probabilidad y valor atribuido a la probabilidad. Los resultados de pasar el instrumento a 232 futuros profesores de educación primaria dieron una actitud globalmente positiva de estos participantes hacia la probabilidad y su enseñanza. Los componentes en los que se obtuvieron resultados más altos fueron el valor atribuido por los profesores a la probabilidad y su intención de enseñarla. Por el contrario, se obtuvieron bajos valores de las actitudes en los componentes relacionados con el afecto hacia la probabilidad y la competencia cognitiva hacia la enseñanza, es decir, estos profesores no sentían un afecto especial hacia la materia y se encontraban poco preparados para enseñarla. La escala de Estrada y Batanero (2019) fue utilizada por Anasagasti *et al.* (2024) en una muestra de 186 profesores españoles de secundaria en servicio. Los autores encontraron una actitud positiva hacia la materia y su enseñanza, mejor para el profesorado masculino y para aquellos con formación en matemáticas, física o económicas. Además, las actitudes hacia la probabilidad y su enseñanza muestran valores más positivos según incrementan los años de experiencia.

Alvarado *et al.* (2018) analizaron las actitudes hacia la probabilidad y su enseñanza de 70 profesores chilenos de matemática en ejercicio y 51 futuros profesores de educación secundaria. Obtuvieron una actitud positiva en los profesores, mejor en los profesores en ejercicio y con mayor experiencia docente. También quedó claro que estos profesores valoraban la utilidad y relevancia de la probabilidad en la vida personal y profesional.

En una encuesta a 636 profesores de educación primaria y secundaria canadienses, Martin *et al.* (2021) encontraron que, en relación con otros dominios matemáticos, los profesores consideraron que



su nivel de conocimiento de la probabilidad era menor, al igual que su confianza en su nivel de conocimiento para enseñar la probabilidad. Los autores entrevistaron a algunos de estos profesores elegidos por su experiencia y práctica ejemplar. Estos profesores reconocieron la utilidad social de la probabilidad y su interés para la educación de sus estudiantes.

Otras investigaciones analizan el efecto de la experiencia de enseñanza sobre las actitudes del profesorado, así Guiñez *et al.* (2021) examinaron las actitudes hacia la probabilidad y su enseñanza de 40 futuros profesores de primaria chilenos antes y después de trabajar con un libro de cuentos interactivo, utilizando la escala de Estrada y Batanero (2019). El contenido del libro aumentó el interés por la probabilidad y proporcionó oportunidades de aprendizaje. Los resultados revelaron cambios significativos en las actitudes y sentimientos de las futuras profesoras hacia el tema. Igualmente, la modificación de un juego de probabilidad para que fuese adecuado para sus estudiantes ayudó a un grupo de profesores peruanos en activo a reforzar su creatividad, autoeficacia, autoestima, capacidad para formular preguntas y placer por el aprendizaje en la experiencia de Malaspina y Malaspina (2020).

Faceta ecológica

La investigación es escasa en cuanto a la faceta ecológica y se ha centrado en observar el conocimiento y uso del currículo por parte de los profesores al trabajar la probabilidad. Un ejemplo de este tipo de investigación es la de Salinas-Herrar y Salinas-Hernández (2022), que observaron una buena integración con el currículo de los profesores de secundaria mexicanos en activo al trabajar conjuntamente en el diseño y análisis de una experiencia de enseñanza de la distribución normal en el bachillerato mexicano.

Por otro lado, los profesores entrevistados por Martín *et al.* (2021) coincidieron en la relevancia del enfoque teórico de la probabilidad, los principales conceptos probabilísticos a enseñar y el uso de tareas tradicionales, en coincidencia con el currículo canadiense. Prácticamente todos introdujeron el enfoque frecuencial a sus estudiantes, aunque la forma en que realizaron esta introducción y las situaciones que propusieron a dichos estudiantes variaron. Hubo distintas formas de conectar los diferentes puntos de vista de la probabilidad, y el enfoque subjetivo sólo ocupó un lugar marginal en la enseñanza. Por el contrario, hubo poco conocimiento del currículo en los futuros profesores de primaria en la investigación de Alonso-Castaño *et al.* (2021), lo que llevó a muchos a proponer problemas demasiado complejos para los conocimientos y edad de sus estudiantes.



Un trabajo relacionado es el de Cotrado *et al.* (2023), en el que los autores diseñan y evalúan una experiencia formativa con 38 futuros profesores de matemáticas peruanos, que realizaban un curso de estadística con el objetivo de desarrollar la competencia de análisis de la idoneidad didáctica (Godino, 2024, Godino *et al.*, 2023). Para ello, después de introducirlos a la idoneidad didáctica y sus componentes, proporcionan a los participantes algunos materiales curriculares de probabilidad y una guía de análisis. Los autores indican que encontraron limitaciones por parte de los futuros profesores en la valoración de indicadores de idoneidad y dificultades para elaborar un juicio razonado sobre ésta.

Facetas mediacional e interaccional

La evaluación del conocimiento en esta faceta se ha llevado a cabo analizando el conocimiento del profesorado, tanto respecto a los dispositivos aleatorios, como dados, cartas o ruletas y su uso para proponer tareas para los estudiantes (Hourigan y Leavy; 2020; Malaspina y Malaspina; 2020), el uso de representaciones visuales (Post y Predinger, 2022), y su conocimiento y uso de la tecnología (Biehler *et al.*, 2018; Martín *et al.*, 2021; Salinas-Herrera y Salinas-Hernández, 2022).

Respecto de los dispositivos aleatorios y juegos de azar relacionados, Malaspina y Malaspina (2020) realizaron un análisis cualitativo de experimentos didácticos con cinco profesores peruanos de primaria en activo. Los autores pidieron a los participantes que inventaran juegos modificando un juego de azar inicial, actividad que ayudó a desarrollar el pensamiento probabilístico de los profesores.

Hourigan y Leavy (2020) investigaron las producciones de 104 futuros profesores irlandeses de primaria que diseñaron juegos de azar equitativos y no equitativos para su uso en el aula de primaria, eligiendo dispositivos aleatorios. Los autores estudiaron los generadores aleatorios seleccionados y las características de las actividades diseñadas para ilustrar la equitatividad. Casi la mitad de los participantes construyeron con éxito juegos equitativos y no equitativos para tres generadores aleatorios diferentes. Las cartas, los dados y las monedas fueron los generadores aleatorios que presentaron más dificultades para pensar juegos para sus estudiantes.

Post y Prediger (2022) analizaron las prácticas de dos profesores alemanes con amplia experiencia al tratar con representaciones múltiples (tabla de doble entrada, diagrama en árbol, modelo de áreas, representación simbólica de fracciones) en la enseñanza



de la probabilidad condicionada. Para ello grabaron sus clases sobre este tema, observando cómo manejaban las dificultades de los estudiantes. La comparación de los dos casos reveló que las prácticas de enseñanza pueden variar enormemente: la simple traducción de los conceptos de un texto dado a otras representaciones fue suficiente para los estudiantes con una comprensión avanzada. Otros estudiantes necesitaron el apoyo de los profesores para desplegar los conceptos altamente compactados (como parte-de-parte) en varios elementos conceptuales (parte, todo y relación parte-todo) y conectar explícitamente los elementos conceptuales en diferentes representaciones para los diversos elementos conceptuales.

En cuanto al uso de la tecnología para enseñar probabilidad, Salinas-Herrera y Salinas-Hernández (2022), describen una experiencia con seis profesores mexicanos de matemáticas activos que trabajaron juntos para diseñar y analizar su experiencia docente con el *software Fathom* (<https://fathom.concord.org/>), que es un recurso especialmente diseñado para la educación estadística. Las sesiones grabadas en vídeo sirvieron para estudiar cómo los profesores interactuaban (diseñaban, utilizaban, adaptaban y modificaban) con el currículo y otros recursos durante su práctica. Algunos profesores no estaban familiarizados con el software y se mostraron escépticos sobre su utilización antes de impartir las clases. Esta opinión cambió después de las clases en los profesores.

En la encuesta a profesores canadienses sobre sus prácticas docentes, Martín *et al.* (2021) indican que los profesores utilizaron diversas tareas, recursos manipulativos y tecnología para explorar el enfoque frecuencial y hubo un amplio acuerdo sobre el valor añadido de las herramientas tecnológicas para la exploración y la profundización; sin embargo, utilizaron diferentes recursos y las mismas herramientas de formas distintas.

Biehler *et al.* (2018) diseñaron un curso para futuros profesores dirigidos a reforzar su conocimiento estadístico y didáctico, utilizando actividades de simulación. La finalidad fue ayudar a conectar ideas de datos y azar por medio de algunas actividades y describen entrevistas a cuatro futuros profesores, indicando que las actividades sirvieron para mejorar tanto el conocimiento matemático, como el didáctico y tecnológico de los profesores.



Conclusiones y recomendaciones para la formación de profesores

La síntesis presentada en las anteriores secciones indica carencias formativas de los futuros profesores en su conocimiento matemático sobre la probabilidad. Dichas carencias son razonables, dado la variedad de diferentes conocimientos implicados en el estudio de la probabilidad y el poco tiempo disponible para la formación matemática y didáctica del profesorado de educación primaria en las Facultades de Educación.

Es claro que muchos de los problemas descritos se irán resolviendo cuando los profesores, ya en activo, adquieran una experiencia docente que les permita completar su formación. Aun así, la investigación reseñada llama la atención hacia la necesidad de mejorar la formación inicial del profesorado de educación primaria para enseñar probabilidad, para lo cual, además de ampliar el tiempo disponible, se podrían utilizar tareas relacionadas con la probabilidad en el estudio de otros temas matemáticos, dada la relación de la probabilidad con los mismos. Un ejemplo se muestra en las propuestas de López Martín *et al.* (2025), que utilizan tareas que promueven simultáneamente el razonamiento probabilístico y proporcional.

Un tema particularmente difícil para los futuros profesores ha sido la probabilidad condicionada e independencia, respecto a los cuales se han encontrado numerosos sesgos de razonamiento, tanto en el futuro profesorado de educación primaria (Gómez-Torres, 2014; Vásquez y Alsina, 2015b), como el de educación secundaria (Díaz *et al.*, 2012; Sánchez, 1996). El uso en la formación de profesores de representaciones visuales de los problemas de probabilidad condicionada e independencia sugerido por Post y Predinger (2002) podría contribuir a mejorar este conocimiento.

Esta falta de conocimiento explica las dificultades relacionadas con los diferentes componentes de su conocimiento didáctico. Por ejemplo, ha influido en las dificultades mostradas en algunos estudios para proponer problemas adecuados a los estudiantes (Alonso-Castaño *et al.*, 2021), relacionar los diferentes significados de la probabilidad (Batanero *et al.*, 2021), o reconocer los objetos matemáticos requeridos por los estudiantes para resolver los problemas propuestos (Gómez-Torres, 2014. Vásquez y Alsina, 2015b). Las tareas propuestas en estas investigaciones podrían servir de base para reforzar la preparación en estos temas, que son claves



para una adecuada enseñanza de la probabilidad. Otra competencia fundamental que igualmente se puede mejorar con tareas similares a las descritas es la de reconocer e interpretar las estrategias y errores de los estudiantes, que no siempre fue sencillo en varios trabajos (Burgos *et al.*, 2022); López-Martín *et al.*, 2025).

Respecto a las actitudes del profesorado, varios estudios (Alvarado *et al.*, 2018; Anasagasti *et al.*, 2024; Estrada y Batanero, 2019) coinciden en la utilidad y valor de la probabilidad percibidos por el profesorado, unidos al sentimiento de que necesitan mayor conocimiento didáctico del tema para realizar una enseñanza adecuada. Estos resultados también refuerzan el interés de incrementar la formación del profesorado sobre probabilidad y su didáctica.

Finalmente señalamos el interés de continuar esta línea de investigación completando los trabajos citados, en particular los relacionados con el profesorado en ejercicio y el futuro profesorado de educación secundaria en que las investigaciones son escasas.

Agradecimiento

Proyecto PID2022-139748NB-100, MICIU/AEI/10.13039/501100011033/ Y FEDER, UE.



Referencias

- Alonso-Castaño M., Alonso, P., Mellone, M. y Rodríguez-Muñiz L. J. (2021). What mathematical knowledge do prospective teachers reveal when creating and solving a probability problem? *Mathematics*, 9(24), 3300. <https://doi.org/10.3390/math9243300>
- Alvarado, H., Andaur, G. y Estrada, A. (2018). Actitudes hacia la probabilidad y su enseñanza: un estudio exploratorio con profesores de matemática en formación y en ejercicio de Chile. *Paradigma*, 39(2), 36-64.
- Anasagasti, J., Izagirre, A. y Berciano, A. (2024). Actitud hacia la probabilidad y su enseñanza del profesorado de educación secundaria. *Educación Matemática*, 36(3), 143-172. <https://doi.org/10.24844/em3603.06>
- Arteaga, P. (2011). *Evaluación de conocimientos sobre gráficos estadísticos y conocimientos didácticos de futuros profesores*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.
- Azcárate, P. (1995). *El conocimiento profesional de los profesores sobre las nociones de aleatoriedad y probabilidad*. Tesis doctoral. Universidad de Cádiz.
- Ball, D. L., Thames, M. H. y Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407. <https://doi.org/10.1177/0022487108324>
- Batanero, C. y Álvarez-Arroyo, R. (2024), Teaching and learning of probability. *ZDM Mathematics Education* 56, 5–17. <https://doi.org/10.1007/s11858-023-01511-5>
- Batanero, C., Begué, N., Álvarez-Arroyo, R. y Valenzuela-Ruiz, S. M. (2021). Prospective mathematics teachers understanding of classical and frequentist probability. *Mathematics*, 9(19), 2526. <https://doi.org/10.3390/math9192526>
- Batanero, C. y Chernoff, E. (2018). *Teaching and learning stochastics. Advances in probability education research. ICME-13 monographs*. Springer.
- Batanero, C., Chernoff, E., Engel, J., Lee, H. y Sánchez, E. (2016). *Research on teaching and learning probability*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-31625-3_1
- Batanero, C., Godino, J. D. y Roa, R. (2004). Training teachers to teach probability. *Journal of statistics Education*, 12(1). <https://doi.org/10.1080/10691898.2004.11910715>
- Biehler, R., Frischemeier, D. y Podworny, S. (2018). Elementary preservice teachers' reasoning about statistical modeling in a civic statistics context. *ZDM – Mathematics Education*, 50, 1237–1251 (2018). <https://doi.org/10.1007/s11858-018-1001-x>
- Borovcnik, M. (2021). The meaning of probability from a foundational perspective. *Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática*, 6(3), 42–76. <https://doi.org/10.34179/revistem.v6i3.14904>
- Borovcnik, M. y Kapadia, R. (2018). Reasoning with risk: Teaching probability and risk as twin concepts (pp. 3-22). En C. Batanero, y E. Chernoff (Eds), *Teaching and learning stochastics. Advances in probability education research* Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-72871-1_1
- Burgos, M., López-Martín, M. M., Albanese, V. y Aguayo-Arriagada, C. G. (2023). Analysis of primary school students' answers to fair game tasks: An experience with pre-service teachers. *Bulletin of Statistics and Operations Research*, 39(3), 48–69.



- Burgos, M., López-Martín, M.M., Aguado, C, G. y Albanese, V. (2022). Análisis cognitivo de tareas de comparación de probabilidades por futuros profesores de educación primaria. *Uniciencia*, 36(1), 1-24. <https://doi.org/10.15359/ru.36-1.38>
- Chapman, O. (2021). Mathematics teacher educator knowledge for teaching teachers. In: Goos, M., Beswick, K. (Eds), *The learning and development of mathematics teacher educators*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-62408-8_2
- Chernoff, E. J. y Sriraman B. (2014) (Eds.). Probabilistic thinking: presenting plural perspectives. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-94-007-7155-0>
- Cotrado, B., Burgos, M., Beltrán-Pellicer, P. y Castro, A. (2023). Análisis didáctico de materiales curriculares por futuros profesores. *Cadernos de Pesquisa*, 53, e10031-e10031. <https://doi.org/10.1590/1980531410031>
- Díaz, C., Contreras, J. M., Batanero, C. y Roa, R. (2012). Evaluación de sesgos en el razonamiento sobre probabilidad condicional en futuros profesores de Educación Secundaria. *Bolema*, 26, 1207-1226. <https://doi.org/10.1590/S0103-636X2012000400006>
- Eichler, A. (2011). Statistics teachers and classroom practices. In C. Batanero, G. Burrill, y C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics- challenges for teaching and teacher education* (pp. 175-186). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-1131-0_19
- Estrada, A. y Batanero, C. (2019). Prospective primary school teachers' attitudes towards probability and its teaching. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 15(1), em0559. <https://doi.org/10.29333/iejme/5941>
- Fernandes, J. A. y Gea, M. M. (2018). Conhecimento de futuros professores dos primeiros anos escolares para ensinar probabilidades. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 14, 15-30. <https://doi.org/10.35763/aiem.v0i14.213>
- Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Reidel.
- Godino, J. D. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 8(11), 111-132.
- Godino, J. D. (2024). *Enfoque ontosemiótico en educación matemática. Fundamentos, herramientas y aplicaciones*. McGraw Hill-Aula Magna.
- Godino, J., Batanero, C. y Burgos, M. (2023). Theory of didactical suitability: An enlarged view of the quality of mathematics instruction. *Eurasia*, 18(1), 1-20. <https://doi.org/10.29333/ejmste/13187>
- Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C. y Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema*, 31 (57), 90-113. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a05>
- Gómez-Torres (2014). *Evaluación y desarrollo del conocimiento matemático para enseñar la probabilidad en futuros profesores de educación primaria*. Tesis doctoral. Universidad de Granada
- Gravir, O. (2019). Testing the negative recency effect among teacher students trying to generate random sequences. En U.T. Jankvist, M. Van den Heuvel-Panhuizen, y M. Veldhuis, (Eds.). *Proceedings of the Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. Freudenthal Group, Freudenthal Institute, Utrecht University y ERME. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02411594>



- Guíñez, F., Vásquez, C., Brito, C. y Martínez, S. (2021). Alice in random land: A resource for improving attitudes towards probability and its teaching. *Statistics Education Research Journal*, 12(2), Article 14. <https://doi.org/10.52041/serj.v20i2.410>
- Hill, H. C., Sleep, L., Lewis, J. M. y Ball, D. (2007). Assessing teachers' mathematical knowledge. En F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 111-155). Information Age Publishing y NCTM.
- Hoffmann, A. y Even, R. (2024). What do mathematicians wish to teach teachers about the discipline of mathematics?. *Journal of Mathematics Teacher Education* 27, 479-497. <https://doi.org/10.1007/s10857-023-09577-4>
- Hourigan, M. y Leavy, A. M. (2020). Pre-service teachers' understanding of probabilistic fairness: Analysis of decisions around task design. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 51(7), 997-1019. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2019.1648891>
- Ingram, J. (2022). Randomness and probability: exploring student teachers' conceptions. *Mathematical Thinking and Learning*, ahead of print 1-19. <https://doi.org/10.1080/10986065.2021.2016029>
- Jacob, F., John, S. y Gwany, D. (2020). Teachers' pedagogical content knowledge and students' academic achievement: a theoretical overview. *Journal of Global Research in Education and Social Science*, 14(2), 14-44.
- Jones, G. A. (2005). *Exploring probability in school. Challenges for teaching and learning*. Springer. https://doi.org/10.1007/0-387-24530-8_4
- Kurt, G., y Coşkuntuncel, O. (2020). *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 11(3), 706-732. <https://doi.org/10.16949/turkbilmat.728122>
- Leavy, A., Meletiou-Mavrotheris, M. y Paparistodemou, E. (2018). *Statistics in early childhood and primary education: Supporting early statistical and probabilistic thinking*. Springer.
- López-Martín, M. M., Burgos, M. y Albanese, V. (2025). Preservice teachers interpreting and acting on students' responses to a probability problem. *Statistics Education Research Journal*, 24(2), 3-3. <https://doi.org/10.52041/serj.v24i2.819>
- Lecoutre, M. P. (1992). Cognitive models and problem spaces in "purely random" situations. *Educational Studies in Mathematics*, 23(6), 557-568. <https://doi.org/10.1007/BF00540060>
- Malaspina, M. y Malaspina, U. (2020). Game invention as means to stimulate probabilistic thinking. *Statistics Education Research Journal*, 19(1), 57-72. <https://doi.org/10.52041/serj.v19i1.119>
- Martin, V., Thibault, M. y Roy, N. (2021). Pratiques déclarées d'enseignement des probabilités: enquête auprès de personnes enseignantes du primaire et secondaire au Québec. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education* 21, 596-624 (2021). <https://doi.org/10.1007/s42330-021-00177-z>
- Ministerio de Educación y Formación Profesional. MEFP (2022a). *Real Decreto 157/2022, de 1 de marzo, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria* MEFP. <https://www.boe.es/eli/es/rd/2022/03/01/157>
- Ministerio de Educación y Formación Profesional. MEFP (2022b). *Real Decreto 217/2022, de 29 de marzo, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Secundaria Obligatoria*. MEFP. <https://www.boe.es/buscar/act.php?id=BOE-A-2022-4975>



- Mohamed, N. (2012). *Evaluación del conocimiento de los futuros profesores de educación primaria sobre probabilidad*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.
- Pino-Fan, L. R. y Godino, J. D. (2015). Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. *Paradigma*, 36(1), 87-109.
- Post, M. y Prediger, S. (2022). Teaching practices for unfolding information and connecting multiple representations: the case of conditional probability information. *Mathematics Education Research Journal*, august 2022, <https://doi.org/10.1007/s13394-022-00431-z>
- Pratt, D., y Kazak, S. (2018). Research on uncertainty. En D. Ben-Zvi, K. Makar, y J. Garfield (Eds.), *International handbook of research in statistics education* (pp. 193-227). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-66195-7_6
- Rodríguez-Alveal, F., Díaz-Levicoy, D. y Aguerrea, M. (2022). Alfabetización y pensamiento probabilístico en docentes de matemática, en formación inicial y en activo. *Uniciencia*, 36(1), 1-16. <https://doi.org/10.15359/ru.36-1.22>
- Salinas-Herrera, J., y Salinas-Hernández, U. (2022). Teaching and learning the notion of normal distribution using a digital resource. *Canadian Journal of Science, Mathematics, and Technology Education*, 22, 576–590. <https://doi.org/10.1007/s42330-022-00226-1>
- Sánchez, E. (1996). Dificultades en la comprensión del concepto de eventos independientes. En F. Hitt (Ed.), *Investigaciones en Matemática Educativa* (pp. 389-404). México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Scheiner, T., Montes, M. A., Godino, J. D., Carrillo, J. y Pino-Fan, L. R. (2019). What makes mathematics teacher knowledge specialized? Offering alternative views. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 17(1), 153-172. <https://doi.org/10.1007/s10763-017-9859-6>
- Shulman (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14. <https://doi.org/10.3102/0013189X015002004>
- Vásquez, C. y Alsina, A. (2015a). Conocimiento didáctico-matemático del profesorado de educación primaria sobre probabilidad: Diseño, construcción y validación de un instrumento de evaluación. *Bolema*, 29(52), 681-703. <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v29n52a13>
- Vásquez, C. y Alsina, A. (2015b). El conocimiento del profesorado para enseñar probabilidad: Un análisis global desde el modelo del conocimiento didáctico-matemático. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 7, 27 - 48. <https://doi.org/10.35763/aiem.v1i7.104>
- Yang, X., y Kaiser, G. (2022). The impact of mathematics teachers' professional competence on instructional quality and students' mathematics learning outcomes. *Current Opinion in Behavioral Sciences*, 48, 101225. <https://doi.org/10.1016/j.cobeha.2022.101225>

